批注式详答与详析

第一部分　教材同步分层练

第二十六章　反比例函数

26.1　反比例函数

26.1.1　反比例函数

刷基础

1. **B**　【解析】反比例函数的解析式的形式：(1) $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$；(2) $y=kx^{-1}(k\neq0)$；(3) $xy=k(k\neq0)$.

①	符合形式(1)
②	是正比例函数
③	符合形式(2)，但没有说明 $k\neq0$
④	符合形式(3)
⑤	y 是 $x+1$ 的反比例函数
⑥	不符合反比例函数的解析式的形式

2. **C**　【解析】依题意得，$k+1\neq0$，∴ $k\neq-1$，故选 C.

3. $-\frac{3}{5}$　$x\neq0$　【解析】反比例函数 $y=-\frac{3}{5x}$ 中，比例系数 $k=-\frac{3}{5}$，自变量 x 的取值范围是 $x\neq0$. 故答案为 $-\frac{3}{5}$，$x\neq0$.

4. **D**　【解析】由题表可得 $xy=6\ 000$，故 y 与 x 之间的关系式是 $y=\frac{6\ 000}{x}$，故选 D.

5. $y=\frac{7}{x}$　【解析】根据题意，得 $4xy=28$，故 $y=\frac{7}{x}$，故答案为 $y=\frac{7}{x}$.

6. 当路程 s 一定时，速度 v 与时间 t 是反比例函数关系　$v=\frac{s}{t}$（s 为常数，$s\neq0$）（答案不唯一）

7. **B**　【解析】∵ y_1 与 x 成正比例，y_2 与 x^2 成反比例，∴ 设 $y_1=kx$，$y_2=\frac{a}{x^2}$（k，a 为常数，$k\neq0$，$a\neq0$），∴ $y=y_1y_2=kx\cdot\frac{a}{x^2}=\frac{ka}{x}$，即 y 是 x 的反比例函数. 故选 B.

思路分析：根据题意表示出 y_1 与 y_2，进而得出 y 关于 x 的函数解析式，把 $x=-1$，$y=0$ 代入即可确定 k_1 与 k_2 之间的数量关系.

8. $k_1=k_2$　【解析】根据题意得 $y_1=\frac{k_1}{x}$，$y_2=k_2x^2$，∴ $y=y_1+y_2=\frac{k_1}{x}+k_2x^2$. 把 $x=-1$，$y=0$ 代入得 $-k_1+k_2=0$，即 $k_1=k_2$，故答案为 $k_1=k_2$.

刷易错

9. (1) 2 或 -1　(2) $y=\frac{3}{x}$　【解析】(1) 由 $y=(m^2+2m)x^{m^2-m-1}$ 是正比例函数，得 $m^2-m-1=1$ 且 $m^2+2m\neq0$，解得 $m=2$ 或 $m=-1$. 故答案为 2 或 -1. (2) 由 $y=(m^2+2m)x^{m^2-m-1}$ 是反比例函数，得 $m^2-m-1=-1$ 且 $m^2+2m\neq0$，解得 $m=1$，则 $m^2+2m=3$. 故 y 关于 x 的函数解析式为 $y=\frac{3}{x}$. 故答案为 $y=\frac{3}{x}$.

易错警示：(2) 本题容易忽略比例系数不为 0 的条件，导致答案错误.

26.1.2　反比例函数的图象和性质

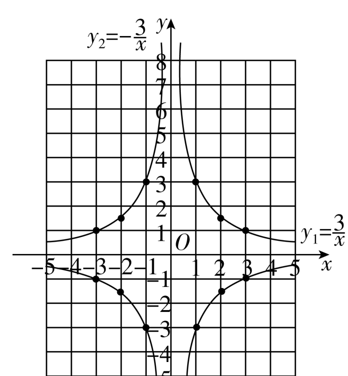
课时 1　反比例函数的图象和性质

刷基础

1. 【解】(1) 当 $x=-3$ 时，$y_1=\frac{3}{-3}=-1$；当 $x=2$ 时，$y_1=\frac{3}{2}$. 当 $x=-1$ 时，$y_2=-\frac{3}{-1}=3$；当 $x=3$ 时，$y_2=-\frac{3}{3}=-1$. 填写表格如下：

x	…	-3	-2	-1	1	2	3	…
y_1	…	$\underline{-1}$	$-\frac{3}{2}$	-3	3	$\underline{\frac{3}{2}}$	1	…
y_2	…	1	$\underline{\frac{3}{2}}$	$\underline{3}$	-3	$-\frac{3}{2}$	$\underline{-1}$	…

(2) 画函数图象如下：



2. C　【解析】由题图可知，$-3\times3<k<2\times(-2)$，即$-9<k<-4$，故 k 的值可能是-5. 故选 C.

3. C　【解析】∵ $-3\times2=-6$，∴ 反比例函数 $y=-\dfrac{6}{x}$ 的图象必经过点$(-3,2)$，故选项 A 正确，不符合题意；∵ 反比例函数 $y=-\dfrac{6}{x}$ 中，$-6<0$，∴ 其图象位于第二、四象限，故选项 B 正确，不符合题意；若 $x<2$，则 $y<-3$ 或 $y>0$，故选项 C 不正确，符合题意；其图象在每一个象限内，y 随 x 的增大而增大，故选项 D 正确，不符合题意. 故选 C.

▶刷有所得

①反比例函数的图象分布于两个象限，所以增减性需强调在每一个象限内，离开这个条件，增减性不能确定；②同一个反比例函数的图象，在每个象限内，增减性相同.

4. C　【解析】∵ 圆与反比例函数图象的一个交点为 $P(2,1)$，∴ 圆的半径 $r=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. ∵ 反比例函数的图象和圆都是中心对称图形，∴ 题图中两个阴影部分的面积的和是圆的面积的$\dfrac{1}{4}$，∴ $S_{阴影}=\dfrac{(\sqrt{5})^2\pi}{4}=\dfrac{5\pi}{4}$. 故选 C.

5. $y=\dfrac{3}{x}$(答案不唯一)　【解析】在每个象限内，x_1-x_2 与 y_1-y_2 的值始终异号，说明 y 随 x 的增大而减小，所以该反比例函数解析式中 $k>0$，故答案为 $y=\dfrac{3}{x}$(答案不唯一).

6. 0　【解析】由一次函数 $y=6x$ 与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象和性质可知，其交点 $A(x_1,y_1)$ 与 $B(x_2,y_2)$ 关于原点对称，∴ $y_1+y_2=0$，故答案为 0.

▶思路分析

根据正比例函数与反比例函数的图象和性质得出交点 A 与交点 B 关于原点对称，进而得出其纵坐标互为相反数，即可得出答案.

7.【解】(1)由题图可知反比例函数 $y=\dfrac{m+7}{x}$ 的图象的一支在第一象限，∴ $m+7>0$，∴ $m>-7$. 由反比例函数的图象和性质可知，图象的另一支在第三象限，在每个象限内，y 随 x 的增大而减小. 故答案为 $m>-7$，三，减小.

(2)由(1)知反比例函数 $y=\dfrac{m+7}{x}$ 的图象位于第一、三象限，在每个象限内，y 随 x 的增大而减小. ∵ $x_1<0<x_2<x_3$，∴ $y_1<0<y_3<y_2$，故答案为 $y_1<y_3<y_2$.

(3)将 $C(-1,-4)$ 代入 $y=\dfrac{m+7}{x}$，得 $-4=\dfrac{m+7}{-1}$，解得 $m=-3$，∴ $y=\dfrac{-3+7}{x}=\dfrac{4}{x}$.

∵ $D(n,-2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象上，∴ $-2=\dfrac{4}{n}$，解得 $n=-2$. 综上，$m=-3$，$n=-2$，反比例函数解析式为 $y=\dfrac{4}{x}$.

课时 2　反比例函数图象和性质的应用

刷基础

1. A　【解析】由当 $-4\leqslant x\leqslant-1$ 时，$-4\leqslant y\leqslant-1$ 可知反比例函数图象经过点$(-4,-1)$，∴ $-4=\dfrac{k}{-1}$，∴ $k=4$，∴ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{4}{x}$，∴ $2m=4$，∴ $m=2$，故选 A.

2. C　【解析】根据反比例函数的增减性可知，y 随 x 的增大而减小，∴ $\triangle OAB$ 中 OA 边上的高随着点 B 纵坐标的增大而减小. 又∵ OA 的长不变，∴ $\triangle OAB$ 的面积将逐渐减小. 故选 C.

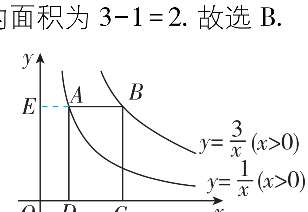
3. $0<x<2$　【解析】由题意可知 $m=\dfrac{6}{3}=2$，∴ 当 $y>3$ 时，$0<x<2$. 故答案为 $0<x<2$.

4. D　【解析】∵ 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过 $A(5,-2)$，∴ $k=5\times(-2)=-10$，∴ 反比例函数解析式为 $y=-\dfrac{10}{x}$. ∵ 点$(1,n)$在该反比例函数的图象上，∴ $n=-\dfrac{10}{1}=-10$，故选 D.

5.【解】(1)$D(2,m)$，$F(4,m-3)$. ∵ $OB=3$，$BC=2$，$\angle OBC=90°$，∴ $B(0,-3)$，$C(2,-3)$. ∵ $\triangle OBC$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 $m(m>0)$ 个单位后得到 $\triangle DEF$，∴ $D(2,m)$，$F(4,m-3)$.

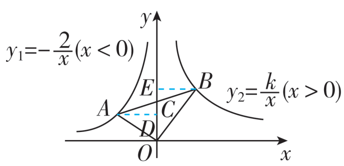
(2)设反比例函数解析式为 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$. ∵ $D(2,m)$，$F(4,m-3)$ 在反比例函数的图象上，∴ $k=2m=4(m-3)$，解得 $m=6$，∴ $k=12$，∴ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{12}{x}$.

6. B　【解析】延长 BA 交 y 轴于 E，如图. 根据题意得 $S_{长方形ADOE}=1$，$S_{长方形BCOE}=3$，∴ 长方形 $ABCD$ 的面积为 $3-1=2$. 故选 B.



7. 4　【解析】如图，作 $AD\perp y$ 轴于点 D，$BE\perp y$ 轴于点 E. ∵ $AC=BC$，$\angle ADC=\angle BEC=90°$，$\angle ACD=\angle BCE$，∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOC}$，$\triangle ADC\cong$

$\triangle BEC$(AAS),$\therefore S_{\triangle ADC}=S_{\triangle BEC}$. $\because S_{\triangle ABO}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=2S_{\triangle AOC}=3$,$\therefore S_{\triangle AOC}=1.5=S_{\triangle BOC}$. $\because A$ 是反比例函数 $y_1=\dfrac{-2}{x}(x<0)$ 图象上一点,$\therefore S_{\triangle AOD}=1$,$\therefore S_{\triangle ADC}=S_{\triangle BEC}=0.5$,$\therefore S_{\triangle BOE}=1.5+0.5=2$. 又$\because$ 点 B 在函数 $y=\dfrac{k}{x}$($x>0$)的图象上,$\therefore k=4$. 故答案为 4.

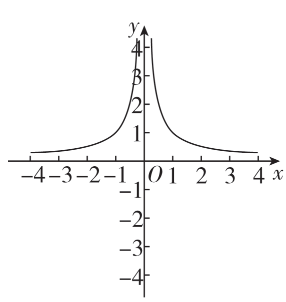


刷提升

1. B 【解析】

选项	一次函数 $y=kx+k$			反比例函数 $y=\dfrac{k-3}{x}$	判断
A	下降趋势	$k<0$	不一致	$k<3$	不合题意
	与 y 轴交点的位置	$k>0$			
B	上升趋势	$k>0$	$0<k<3$	$k<3$	符合题意
	与 y 轴交点的位置	$0<k<3$			
C	上升趋势	$k>0$	$0<k<3$	$k>3$	不合题意
	与 y 轴交点的位置	$0<k<3$			
D	下降趋势	$k<0$	$-3<k<0$	$k>3$	不合题意
	与 y 轴交点的位置	$-3<k<0$			

2. A 【解析】函数 $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x}(x>0),\\ -\dfrac{1}{x}(x<0)\end{cases}$ 的图象如图,



可知函数的图象关于 y 轴对称. 若 $x_1<0<x_2$,则不能判断 y_1,y_2 的大小,故甲是错误的;若 $x_1+x_2=0$,则 $y_1=y_2$,故乙是正确的;$\because$ 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而减小,$\therefore$ 若 $0<x_1<x_2$,则 $y_1>y_2$,故丙是正确的,故选 A.

方法总结

已知两点的横坐标,比较纵坐标的大小,首先应区分两点是否在同一象限内. 若在同一象限内,则根据函数增减性来比较,若不在同一象限内,则根据点所在象限的坐标特点来比较.

思路分析

过点 A 作 $AC\perp x$ 轴于 C,过点 B 作 $BD\perp x$ 轴于 D,先求出反比例函数图象与一次函数图象的交点 $A\left(\dfrac{\sqrt{k}}{2},2\sqrt{k}\right)$,$B(\sqrt{k},\sqrt{k})$,再利用反比例函数的比例系数 k 的几何意义得 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}$,可得 $S_{梯形ABDC}=S_{\triangle AOB}$,于是根据梯形的面积公式得到 $\dfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{k}+2\sqrt{k})\cdot\left(\sqrt{k}-\dfrac{\sqrt{k}}{2}\right)=3$,然后解方程即可.

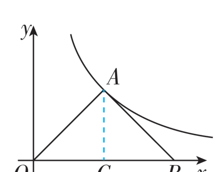
3. 4 【解析】过点 A 作 $AC\perp x$ 轴于 C,过点 B 作 $BD\perp x$ 轴于 D. 解方程组 $\begin{cases}y=4x,\\ y=\dfrac{k}{x},\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{k}}{2},\\ y=2\sqrt{k}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\dfrac{\sqrt{k}}{2},\\ y=-2\sqrt{k},\end{cases}$ 则 $A\left(\dfrac{\sqrt{k}}{2},2\sqrt{k}\right)$. 解方程组 $\begin{cases}y=x,\\ y=\dfrac{k}{x},\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\sqrt{k},\\ y=\sqrt{k}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\sqrt{k},\\ y=-\sqrt{k},\end{cases}$ 则 $B(\sqrt{k},\sqrt{k})$.

$\because S_{四边形ABDO}=S_{\triangle AOC}+S_{梯形ABDC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOD}$,且 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}$,$\therefore S_{梯形ABDC}=S_{\triangle AOB}$,$\therefore \dfrac{1}{2}\cdot(\sqrt{k}+2\sqrt{k})\cdot\left(\sqrt{k}-\dfrac{\sqrt{k}}{2}\right)=3$,$\therefore k=4$. 故答案为 4.

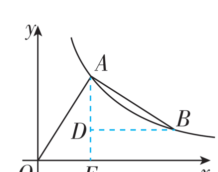
4. $(8,\sqrt{3})$ 【解析】$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,$\therefore AB=BC=AD$. 设菱形的边长为 a,则 $AB=BC=AD=a$. $\because A(0,2\sqrt{3})$,$C(2,0)$,$\therefore OA=2\sqrt{3}$,$OB=a-2$. $\because AB^2=OB^2+OA^2$,$\therefore a^2=(a-2)^2+(2\sqrt{3})^2$,解得 $a=4$,$\therefore AD=4$,$\therefore D(4,2\sqrt{3})$. $\because$ 顶点 D 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象上,$\therefore k=4\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$,$\therefore y=\dfrac{8\sqrt{3}}{x}$. $\because D(4,2\sqrt{3})$,点 E 是 $C'D'$ 的中点,$\therefore$ 点 E 的纵坐标为 $\sqrt{3}$. 把 $y=\sqrt{3}$ 代入 $y=\dfrac{8\sqrt{3}}{x}$,得 $\sqrt{3}=\dfrac{8\sqrt{3}}{x}$,解得 $x=8$,$\therefore$ 点 E 的坐标是 $(8,\sqrt{3})$. 故答案为 $(8,\sqrt{3})$.

刷素养

5. 【解】(1)如图(1),过 A 作 $AC\perp OB$,交 x 轴于点 C. $\because OA=AB$,$\angle OAB=90^\circ$,$\therefore \triangle AOB$ 为等腰直角三角形,$\therefore AC=OC=BC=\dfrac{1}{2}OB=2$,$\therefore A(2,2)$. 将 $(2,2)$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$,解得 $k=4$,则反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{4}{x}(x>0)$.



图(1)



图(2)

(2)如图(2),过 A 作 $AE\perp x$ 轴于 E,过 B 作 $BD\perp AE$ 于 D. ∵ $A(m,n)$,∴ $OE=m,AE=n$.

∵ $\angle OAB=90°$,∴ $\angle OAE+\angle BAD=90°$.

∵ $\angle AOE+\angle OAE=90°$,∴ $\angle BAD=\angle AOE$.

在△AOE 和△BAD 中,$\begin{cases}\angle AOE=\angle BAD,\\ \angle AEO=\angle BDA=90°,\\ AO=AB,\end{cases}$

∴ △AOE≌△BAD(AAS),∴ $AE=BD=n,OE=AD=m$,∴ $DE=AE-AD=n-m,OE+BD=m+n$,则点 B 的坐标为$(m+n,n-m)$.

(3)由 A 与 B 都在反比例函数的图象上,得 $mn=(m+n)(n-m)$,整理得 $n^2-m^2=mn$,即 $\left(\frac{m}{n}\right)^2+\frac{m}{n}-1=0$. 设$\frac{m}{n}=t$,则 $t^2+t-1=0,\Delta=1+4=5$,解得 $t=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$,∴ $\frac{m}{n}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$.

∵ $A(m,n)$ 在第一象限,∴ $m>0,n>0$,则 $\frac{m}{n}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

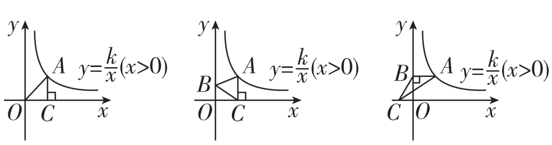
大招专题 1 反比例函数中 k 的几何意义

刷难关

大招解读 | 一点一垂线

模型特征:过双曲线 $y=\frac{k}{x}$上任意一点,向一坐标轴作垂线,以该点、垂足和另一坐标轴上任意一点为顶点的三角形的面积为常数$\frac{|k|}{2}$.

模型图示:



$S_{\triangle AOC}=\frac{|k|}{2}$ $S_{\triangle ABC}=\frac{|k|}{2}$ $S_{\triangle ABC}=\frac{|k|}{2}$

1. D 【解析】

连接 OB → 由同底等高的两个三角形面积相等,可得 $S_{\triangle ODB}=S_{\triangle BCD}$ → $\frac{1}{2}|a-1|=5$ → $a=11$或$a=-9$ → $a=11$

$a>1$ → $a=11$

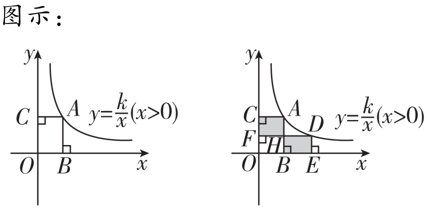
关键点拨

本题考查反比例函数与一次函数图象的综合,理解并掌握"一点一垂线"的模型特征是解题关键.

大招解读 | 一点两垂线

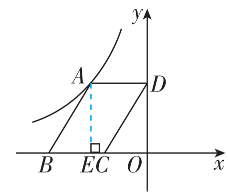
模型特征:过双曲线 $y=\frac{k}{x}$上任意一点,向两坐标轴作垂线,两条垂线与坐标轴所围成的矩形的面积为常数$|k|$.

模型图示:

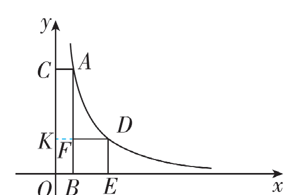


$S_{矩形ABOC}=|k|$ $S_{矩形ACFH}=S_{矩形DHBE}$

2. C 【解析】作 $AE\perp BC$ 于 E,如图. ∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,∴ $AD\parallel x$ 轴,∴ 易知四边形 $ADOE$ 为矩形,∴ $S_{\square ABCD}=S_{矩形ADOE}=6$. ∵ $S_{矩形ADOE}=|-k|$,∴ $|-k|=6$. ∵ 反比例函数的图象在第二象限,∴ $-k<0$,∴ $k>0$,∴ $k=6$. 故选 C.

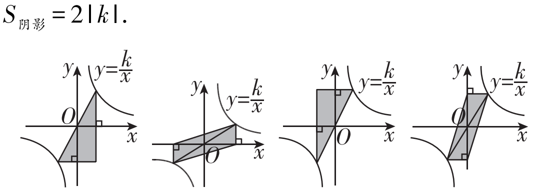


3. C 【解析】如图,延长 DF 交 y 轴于 K. ∵ 点 $A(2,12)$在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0,x>0)$的图象上,∴ $k=2\times12=24$,∴ 反比例函数解析式为 $y=\frac{24}{x}$. 由题意易知四边形 $ABOC$ 和四边形 $DEOK$ 为矩形,∴ $S_{矩形ABOC}=|k|=24=S_{矩形DEOK}$,∴ $S_{正方形DEBF}=S_{四边形AFKC}$. 设正方形 $DEBF$ 的边长为 m. ∵ $A(2,12)$,∴ $AF=CK=12-m,KF=2$,∴ $m^2=2(12-m)$,整理得 $m^2+2m-24=0$,解得 $m_1=4,m_2=-6$(不符合题意,舍去),∴ 正方形 $DEBF$ 的面积为 $4^2=16$. 故选 C.

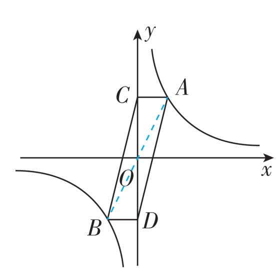


大招解读 | 两点两垂线

模型特征:已知反比例函数与正比例函数图象的交点,由交点向 x 轴或 y 轴作垂线,如图,$S_{阴影}=2|k|$.



4. 6 【解析】如图,连接 OA,OB. ∵ 点 A,B 是双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$上的点,$AC\perp y$ 轴正半轴于点 C,$BD\perp y$ 轴负半轴于点 D,∴ $AC\parallel BD$. ∵ 四边形 $ACBD$ 是面积为 12 的平行四边形,∴ $AC=BD$,∴ A,B 关于原点对称,∴ $OA=OB,OC=OD$,∴ $S_{四边形ACBD}=4S_{\triangle AOC}=12$,∴ $S_{\triangle AOC}=3$,∴ $k=2\times3=6$,故答案为 6.

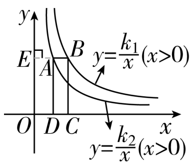


快解 对于选择题、填空题,可以直接利用模型解题,即 $S_{四边形ACBD}=2|k|=12$. ∵ $k>0$,∴ $k=6$.

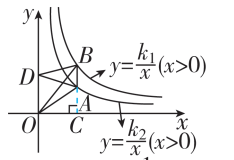
大招解读｜两曲一平行

模型特征：两个反比例函数图象上的两点连线平行于一条坐标轴，求以这两点与坐标轴上的点为顶点的图形面积.

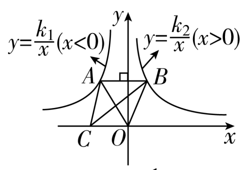
模型图示：



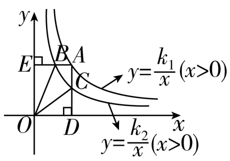
$S_{矩形ABCD}=|k_1|-|k_2|$



$S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}(|k_1|-|k_2|)$



$S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}(|k_1|+|k_2|)$

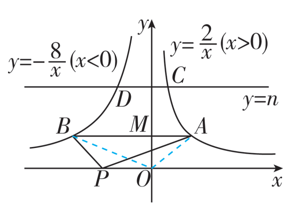


①$S_{\triangle BEO}=S_{\triangle CDO}=\frac{|k_2|}{2}$

②$S_{四边形ABOC}=|k_1|-|k_2|$

5. A 【解析】∵ $PC\perp x$ 轴，$PD\perp y$ 轴，∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times|1|=\frac{1}{2}$，$S_{矩形PCOD}=|2|=2$，∴ 四边形 $PAOB$ 的面积为 $2-2\times\frac{1}{2}=1$.

6.【解】(1) 如图，连接 OA，OB. ∵ $AB\perp y$ 轴，∴ $S_{\triangle OAM}=1$，$S_{\triangle OBM}=4$，$AB/\!/x$ 轴，∴ $S_{\triangle PAB}=S_{\triangle OAB}=S_{\triangle OAM}+S_{\triangle OBM}=1+4=5$.



(2) 当 $y_C=y_D=n$ 时，$y_C=\frac{2}{x_C}=n$，$y_D=-\frac{8}{x_D}=n$，∴ $x_C=\frac{2}{n}$，$x_D=-\frac{8}{n}$，∴ $CD=\frac{2}{n}-\left(-\frac{8}{n}\right)=\frac{10}{n}$.

∵ $CD=4$，∴ $\frac{10}{n}=4$，解得 $n=\frac{5}{2}$，经检验，$n=\frac{5}{2}$ 是分式方程的解，∴ $n=\frac{5}{2}$.

微专题

1. D 【解析】由题意得 $S_2=S_4=2$. 设 $A\left(m,\frac{k}{m}\right)$，则 $B\left(-\frac{2m}{k},\frac{k}{m}\right)$，$D\left(m,-\frac{2}{m}\right)$，∴ $C\left(-\frac{2m}{k},-\frac{2}{m}\right)$，∴ $S_3=\frac{4}{k}$. ∵ $S_2+S_3+S_4=\frac{11}{2}$，∴ $2+\frac{4}{k}+2=\frac{11}{2}$，解得 $k=\frac{8}{3}$，经检验，$k=\frac{8}{3}$ 是分式方程的解，且符合题意. 故选 D.

思路分析

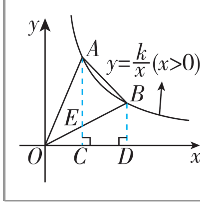
(1) 由等边△OAB 易得 A，B 的坐标，进一步求得 M 的坐标，代入 $y=\frac{k}{x}$ 即可求得 k 的值；

(2) 作 $MC\perp x$ 轴于 C，$ND\perp x$ 轴于 D，则 $S_{\triangle MOC}=S_{\triangle NOD}=\frac{1}{2}k$，求出直线 OB 的解析式，然后求得 N 的坐标，进而根据 $S_{\triangle OMN}=S_{梯形MCDN}$ 即可求得答案.

关键点拨

(1) 连接 OA，OB，由反比例函数的比例系数的几何意义得到 $S_{\triangle OAM}=1$，$S_{\triangle OBM}=4$ 是解题关键.

2. **模型解读｜“三角形”化“梯形”模型**

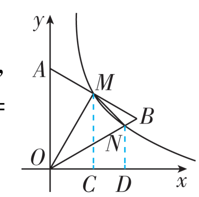
作 $AC\perp x$ 轴，$BD\perp x$ 轴 	结论：① $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOD}=\frac{\lvert k\rvert}{2}$； ② $S_{\triangle AOE}=S_{四边形ECDB}$； ③ $S_{\triangle AOB}=S_{梯形ACDB}$

【解】(1) ∵ 等边△OAB 的边长为 8，点 A 在 y 轴上，点 B 在第一象限，∴ $A(0,8)$，易得 $B(4\sqrt{3},4)$.

∵ M 是 AB 的中点，∴ $M(2\sqrt{3},6)$. ∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过 AB 的中点 M，

∴ $k=2\sqrt{3}\times6=12\sqrt{3}$.

(2) 如图，作 $MC\perp x$ 轴于 C，$ND\perp x$ 轴于 D，则 $S_{\triangle MOC}=S_{\triangle NOD}=\frac{1}{2}k$.



∵ $B(4\sqrt{3},4)$，∴ 直线 OB 的解析式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

联立得 $\begin{cases}y=\frac{\sqrt{3}}{3}x,\\ y=\frac{12\sqrt{3}}{x},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=6,\\ y=2\sqrt{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-6,\\ y=-2\sqrt{3}\end{cases}$（舍去），∴ $N(6,2\sqrt{3})$，∴ $S_{\triangle OMN}=S_{\triangle OMC}+S_{梯形MCDN}-S_{\triangle OND}=S_{梯形MCDN}=\frac{1}{2}(6+2\sqrt{3})(6-2\sqrt{3})=12$.

重难专题 1　反比例函数与一次函数的综合

刷难关

1. C 【解析】函数图象与系数 a,b,c 的关系如下：

二次函数 $y=ax^2+bx$	a 决定开口方向：$a>0$，开口朝上；$a<0$，开口朝下. $-\frac{b}{2a}$ 影响对称轴的位置：$-\frac{b}{2a}>0$，对称轴在 y 轴右侧；$-\frac{b}{2a}<0$，对称轴在 y 轴左侧；$-\frac{b}{2a}=0$，对称轴为 y 轴
反比例函数 $y=\frac{c}{x}$	c 决定图象所在的象限： $c>0$，图象位于第一、三象限；$c<0$，图象位于第二、四象限

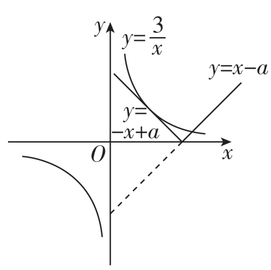
续表

一次函数 $y=cx+\frac{b}{a}$	c 决定图象的变化趋势： $c>0$，图象从左到右为上升趋势；$c<0$，图象从左到右为下降趋势； $\frac{b}{a}$决定图象与 y 轴交点的位置： $\frac{b}{a}>0$，图象与 y 轴相交于正半轴；$\frac{b}{a}<0$，图象与 y 轴相交于负半轴；$\frac{b}{a}=0$，图象与 y 轴交于原点

$\because$ 反比例函数 $y=\frac{c}{x}$的图象位于第一、三象限，$\therefore c>0$. $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象开口向下，对称轴在 y 轴右侧，$\therefore a<0$，$-\frac{b}{2a}>0$，$\therefore b>0$，$\therefore \frac{b}{a}<0$，$\therefore$ 一次函数 $y=cx+\frac{b}{a}$的图象经过第一、三、四象限，故选 C.

2. C　【解析】当 $k_1>0$ 时，正比例函数图象经过第一、三象限，当 $k_1<0$ 时，图象经过第二、四象限；当 $k_2>0$ 时，反比例函数图象位于第一、三象限，当 $k_2<0$ 时，图象位于第二、四象限. 这两个函数的图象没有交点，则 k_1，k_2 一定异号，$\therefore k_1$ 与 k_2 的乘积为负，故选 C.

3. $2\sqrt{3}$　【解析】如图，$\because$ 双曲线 $y=\frac{3}{x}$与函数 $y=|x-a|$的图象有两个交点，$\therefore$ 由图可知，一次函数 $y=-x+a$ 的图象与 $y=\frac{3}{x}$的图象只有一个交点，且 $a>0$，可得$\frac{3}{x}=-x+a$，整理得 $-x^2+ax-3=0$，$\therefore$ 方程$-x^2+ax-3=0$ 有两个相等的实数根，$\therefore \Delta=a^2-12=0$，解得 $a=2\sqrt{3}$或$-2\sqrt{3}$（舍去）. 故答案为 $2\sqrt{3}$.



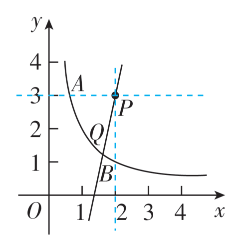
4. $\left(-\frac{3}{2},4\right)$　【解析】由题图可知，点 A 的坐标为$(-3,2)$. $\because$ 反比例函数图象过点 A，$\therefore k=-3\times2=-6$，$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=-\frac{6}{x}$，直线 OA 的解析式为 $y=-\frac{2}{3}x$. 由题意易知，直线 OA 向上平移 3 个单位得到直线 BC，$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{2}{3}x+3$. 联立得 $\begin{cases}y=-\frac{2}{3}x+3,\\ y=-\frac{6}{x},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-\frac{3}{2},\\ y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=6,\\ y=-1\end{cases}$（舍去），$\therefore$ 点 C 坐标为 $\left(-\frac{3}{2},4\right)$. 故答案为 $\left(-\frac{3}{2},4\right)$.

易错警示　在确定 x 的取值范围时，要注意分类讨论，分 $x>0$ 和 $x<0$ 两种情况.

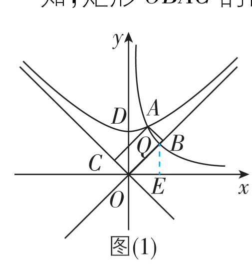
5. C　【解析】$\because$ 一次函数 $y_1=kx+b$（k，b 是常数，且 $k\neq0$）与反比例函数 $y_2=\frac{c}{x}$（c 是常数，且 $c\neq0$）的图象相交于 $A(-3,-2)$，$B(2,m)$两点，$\therefore$ 不等式 $y_1>y_2$ 的解集是$-3<x<0$ 或 $x>2$.

思路分析　过点 P 作 $PA/\!/x$ 轴，交反比例函数的图象于点 A，作 $PB/\!/y$ 轴，交反比例函数的图象于点 B. 求出点 A，B 的坐标，结合图象得出 m 的取值范围.

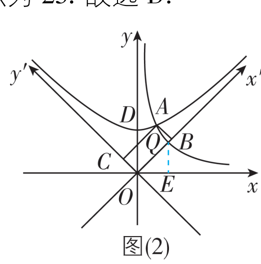
6. $\frac{2}{3}<m<2$　【解析】过点 P 作 $PA/\!/x$ 轴，交反比例函数的图象于点 A，作 $PB/\!/y$ 轴，交反比例函数的图象于点 B，如图. $\because P(2,3)$，反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$，$\therefore$ 易得 $A\left(\frac{2}{3},3\right)$，$B(2,1)$. $\because$ 一次函数 y 的值随 x 值的增大而增大，$\therefore$ 点 $Q(m,n)$在点 A，B 之间，$\therefore \frac{2}{3}<m<2$. 故答案为 $\frac{2}{3}<m<2$.



7. D　【解析】如图(1)，设直线 $y=x$ 与反比例函数的图象交于点 Q，过点 Q 作 $QE\perp x$ 轴于 E，则 $OE=QE$，$\therefore \angle BOE=\angle BOD=45°$. 将反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象绕原点逆时针旋转 45°，则点 Q 经过旋转到达点 D 处，$\therefore OQ=OD=5\sqrt{2}$，$\therefore QE=OE=5$，$\therefore Q(5,5)$，$\therefore k=5\times5=25$. 将 x 轴和 y 轴绕原点逆时针旋转 45°，分别与直线 $y=x$，$y=-x$ 重合，如图(2)所示，则在坐标系 $x'Oy'$中，图象过点 A 的反比例函数的解析式为 $y'=\frac{25}{x'}$，根据 k 的几何意义可知，矩形 $OBAC$ 的面积为 25. 故选 D.



图(1)



图(2)

8. $(1,-2)$　【解析】$\because$ 直线 $y=2x+b$ 与 y 轴交于 $B(0,-4)$，$\therefore b=-4$，$\therefore$ 直线的解析式为 $y=2x-$

4. ∵ 直线 $y=2x-4$ 经过点 $A(3,m)$，∴ $m=6-4=2$，∴ $A(3,2)$. ∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0, x>0)$ 的图象过点 $A(3,2)$，∴ $k=6$，∴ $y=\frac{6}{x}$. 设 $P(a,2a-4)$，则 $Q\left(a,\frac{6}{a}\right)$，$0<a<3$，∴ $PQ=\frac{6}{a}-2a+4$，∴ $\triangle POQ$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times a\times\left(\frac{6}{a}-2a+4\right)=-a^2+2a+3=-(a-1)^2+4$. ∵ $-1<0$，∴ 当 $a=1$ 时，$\triangle POQ$ 的面积最大，此时 $P(1,-2)$.

▶刷有所得

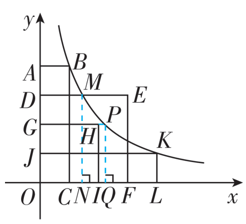
通过设点的坐标，用含参数的代数式表示出图形的面积，再利用二次函数的性质求最值，这是函数问题中关于面积最值问题最常见的解题方法.

26.2　实际问题与反比例函数

刷基础

1. C　【解析】∵ 圆柱的体积为圆柱底面积乘高，且蓄水量为 20 000 立方米，∴ $hs=20\ 000$，∴ $h=\frac{20\ 000}{s}$，故选 C.

2. B　【解析】设 DE，GH 的延长线分别交反比例函数图象于点 M，P，过点 M 作 $MN\perp x$ 轴于点 N，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴于点 Q，如图，



则 $S_{矩形ABCO}=S_{矩形DMNO}=S_{矩形GPQO}=S_{矩形JKLO}$. ∵ $S_{矩形DEFO}>S_{矩形DMNO}$，$S_{矩形GHIO}<S_{矩形GPQO}$，∴ $S_{矩形GHIO}<S_{矩形ABCO}=S_{矩形JKLO}<S_{矩形DEFO}$. ∵ $S_{矩形ABCO}$，$S_{矩形DEFO}$，$S_{矩形GHIO}$，$S_{矩形JKLO}$ 分别表示甲、乙、丙、丁四个社区居民竞赛成绩的优秀人数，∴ 乙社区在这次知识竞赛中优秀人数最多.

3. C　【解析】设总工作量为 1. ∵ 一个人完成需 12 天，∴ 一人一天的工作量为 $\frac{1}{12}$. ∵ m 个人共同完成需 n 天，∴ 一人一天的工作量为 $\frac{1}{mn}$. ∵ 每人每天完成的工作量相同，∴ $\frac{1}{mn}=\frac{1}{12}$，∴ $mn=12$，∴ $n=\frac{12}{m}$，∴ n 是 m 的反比例函数，∴ 选取 6 组数对 (m,n)，在坐标系中进行描点，正确的是 C. 故选 C.

▶关键点拨

根据已知条件得出 n 与 m 的函数关系式是解题的关键.

4. 6　【解析】设反比例函数解析式为 $v=\frac{k}{m}$. ∵ 机器狗载重后总质量为 90 kg 时，它的最快移动速度为 4 m/s，∴ $k=90\times4=360$，∴ 反比例函数解析式为 $v=\frac{360}{m}$，∴ 当 $m=60$ 时，$v=\frac{360}{60}=6$. 故答案为 6.

5. B　【解析】设 $I=\frac{U}{R}$. 将 $R=3\ 600$，$I=0.05$ 代入得，$U=180$，∴ $I=\frac{180}{R}$. 将 $R=1\ 200$ 代入得，$I=\frac{180}{1\ 200}=0.15$，即电流 I 为 0. 15 A. 故选 B.

6. ①②③　【解析】压力一定时，压强和受力面积成反比，∵ $F=600$ N，∴ $p=\frac{600}{S}(S>0)$，∴ p 是 S 的反比例函数. ∵ $600>0$，∴ 当 S 越来越大时，p 越来越小，故①②正确，符合题意；当 $S=0.2$ 时，$p=\frac{600}{0.2}=3\ 000$，∴ 当木板面积为 0. 2 m^2 时，压强是 3 000 Pa，故③正确，符合题意；当 $p\leqslant6\ 000$ 时，$\frac{600}{S}\leqslant6\ 000$，∴ $S\geqslant0.1$，∴ 若压强不超过 6 000 Pa，则木板面积至少为 0. 1 m^2，故④错误，不符合题意. 故答案为①②③.

刷提升

1. C　【解析】根据题意可知，光敏电阻的阻值 R 与所受光照强度 E 之间成反比例关系，∴ 设 R 与 E 之间的函数解析式为 $R=\frac{k}{E}$. 把 $(30,20)$ 代入解析式得 $k=600$，∴ R 与 E 之间的函数解析式为 $R=\frac{600}{E}$，∴ 当 $E=40$ lx 时，$R=\frac{600}{40}=15(\Omega)$，故 A 正确. ∵ 阻值 R 与所受光照强度 E 之间成反比例关系，∴ E 越大，R 越小. ∵ $I=\frac{U}{R+R_0}$，∴ R 越小，I 越大，故 B 正确. ∵ 当电路中的电流达到 0. 1 A 时，报警控制器控制的报警器报警，∴ $R+R_0=\frac{8}{0.1}=80(\Omega)$，∴ $R=80-20=60(\Omega)$，∴ $E=\frac{600}{60}=10(\mathrm{lx})$，故 C 错误. ∵ 烟雾浓度越大，$E$ 越小，∴ R 越大，故 D 正确. 故选 C.

2. D　【解析】∵ 点 $B(12,20)$ 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上，∴ $20=\frac{k}{12}$，∴ $k=240$，故 A 正确，不符合题意；设在升温过程中，温度 y 与时间 x 的函数解析式为 $y=ax+b(a\neq0)$，则 $\begin{cases}2a+b=20,\\b=10,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=5,\\b=10,\end{cases}$

$\therefore$ 在升温过程中，温度 y 与时间 x 的函数解析式为 $y=5x+10(0\leqslant x\leqslant 2)$，当 $x=1$ 时，$y=15$，故 B 正确，不符合题意；根据图象可知，恒温系统在这天保持大棚内温度为 20 ℃的时间有 $12-2=10$（时），故 C 正确，不符合题意；当 $y=15$ 时，$x=\frac{240}{15}=16$，$\therefore$ 恒温系统在这天保持大棚内温度在 15 ℃～20 ℃的时间为 $16-1=15$（时），故 D 错误，符合题意. 故选 D.

3. 0.8 【解析】设 h 关于 ρ 的函数解析式为 $h=\frac{k}{\rho}$（k 为常数，$k\neq 0$）. 把 $\rho=1$，$h=20$ 代入解析式，得 $k=1\times 20=20$，$\therefore$ h 关于 ρ 的函数解析式为 $h=\frac{20}{\rho}$. 把 $h=25$ 代入 $h=\frac{20}{\rho}$，得 $25=\frac{20}{\rho}$，解得 $\rho=0.8$，故答案为 0.8.

思路分析 根据题意设 h 关于 ρ 的函数解析式为 $h=\frac{k}{\rho}$（k 为常数，$k\neq 0$），把 $\rho=1$，$h=20$ 代入求出 $k=20$，进而可得 $h=\frac{20}{\rho}$，再把 $h=25$ 代入解析式即可得到结论.

4. ①②④ 【解析】①设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$. 把 $(1,200)$ 代入得 $k=200$，$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{200}{x}$，$\therefore$ 当 $x=4$ 时，$y=50$，$\therefore$ 4 月的利润为 50 万元，故正确，符合题意. ②治污改造完成后，从 4 月到 6 月，利润从 50 万元增加到 110 万元，故每月利润比前一个月增加 30 万元，故正确，符合题意. ③当 $y=100$ 时，$\frac{200}{x}=100$，解得 $x=2$. 由②易知，当 $x=5$ 时，$y=110-30=80$，则只有 3 月、4 月、5 月这 3 个月的利润低于 100 万元，故错误，不符合题意. ④设一次函数解析式为 $y=k'x+b$，则 $\begin{cases}4k'+b=50,\\6k'+b=110,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k'=30,\\b=-70,\end{cases}$ 故一次函数解析式为 $y=30x-70$，$\therefore$ 当 $x=9$ 时，$y=200$，则 9 月份该厂利润达到 200 万元，故正确，符合题意. 故答案为①②④.

全章综合训练

刷中考

1. D 【解析】A 选项，当 $x=2$ 时，$y=1$，所以点 $(2,2)$ 不在函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，故本选项不符合题意；B 选项，由 $y=\frac{2}{x}$ 可知 $2>0$，所以它的图象位于第一、第三象限，故本选项不符合题意；C 选项，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小，故本选项不符合题意；D 选项，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小，故本选项符合题意. 故选 D.

2. D 【解析】由函数图象可知，当 $x>1$ 时，y_1 随着 x 的增大而减小；$y_2=\frac{k}{x}$ 的图象位于第一、三象限，且在每一象限内，y_2 均随着 x 的增大而减小，$\therefore$ 当 $x>1$ 时，y_1，y_2 均随着 x 的增大而减小，故选 D.

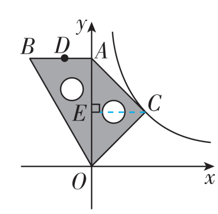
3. D 【解析】$\because$ 点 $A(-3,y_1)$，$B(1,y_2)$，$C(3,y_3)$ 都在反比例函数 $y=-\frac{9}{x}$ 的图象上，$\therefore y_1=-\frac{9}{-3}=3$，$y_2=-\frac{9}{1}=-9$，$y_3=-\frac{9}{3}=-3$，$\therefore y_2<y_3<y_1$，故选 D.

4. $\frac{1}{2}$ 【解析】对于函数 $y_1=\frac{2}{x}$，当 $1\leqslant x\leqslant 3$ 时，y_1 随 x 的增大而减小，$\therefore$ $x=1$ 时，$y_1=2=a$. 对于函数 $y_2=-\frac{3}{x}$，当 $1\leqslant x\leqslant 3$ 时，y_2 随 x 的增大而减大，$\therefore$ $x=3$ 时，$y_2=-1=b$，$\therefore a^b=2^{-1}=\frac{1}{2}$.

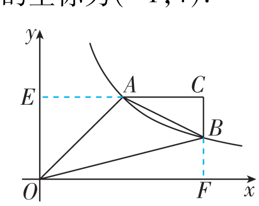
5.【解】(1) $\because$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过 $C(2,2)$，$\therefore 2=\frac{k}{2}$，$\therefore k=4$，

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\frac{4}{x}(x>0)$.

(2) 如图，过点 C 作 $CE\perp OA$，垂足为点 E，则点 E 是 OA 的中点，$\therefore OA=2OE=4$，$\therefore$ 三角板 OAB 旋转后，点 D 的横坐标为 4. 把 $x=4$ 代入 $y=\frac{4}{x}$，得 $y=1$，$\therefore$ 三角板 OAB 旋转后，点 D 的纵坐标为 1，$\therefore AD=1$，$\therefore$ 旋转前点 D 的坐标为 $(-1,4)$.



6. 2 【解析】如图，延长 CA 交 y 轴于 E，延长 CB 交 x 轴于点 F，$\therefore CE\perp y$ 轴，$CF\perp x$ 轴，$\therefore$ 四边形 $OECF$ 为矩形. $\because x_2=2x_1$，$\therefore$ 点 A 为 CE 中点. 由比例系数 k 的几何意义得，$S_{\triangle OAE}=S_{\triangle OBF}$，$\therefore$ 点 B 为 CF 中点，$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{3}{8}S_{矩形OECF}=6$，$\therefore S_{矩形OECF}=16$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{8}\times 16=2$. 故答案为 2.



关键点拨 本题考查反比例函数中 k 的几何意义，由 k 的几何意义得出 $S_{\triangle OAE}=S_{\triangle OBF}$ 是解题关键.

7. -6 【解析】延长 AB 交 y 轴于点 D. $\because B(-1,3)$，$S_{\square ABCO}=3$，$\therefore AB\cdot OD=3AB=3$，$\therefore AB=1$，$\therefore AD=2$，$\therefore S_{\triangle ADO}=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$，$\therefore \frac{1}{2}|k|=3$，

∴ $|k|=6$. ∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象在第二象限，∴ $k=-6$. 故答案为 -6.

8. C 【解析】由题意设 $P(\mathrm{W})$ 关于 $t(\mathrm{s})$ 的函数解析式为 $P=\frac{W}{t}$，代入点 $(60,20)$，得 $20=\frac{W}{60}$，解得 $W=1\,200$，∴ $P(\mathrm{W})$ 关于 $t(\mathrm{s})$ 的函数解析式为 $P=\frac{1\,200}{t}$. 当 $t=25$ 时，$P=\frac{1\,200}{25}=48$；当 $t=40$ 时，$P=\frac{1\,200}{40}=30$. ∵ $W=1\,200>0$，∴ 在第一象限内，P 随着 t 的增大而减小，∴ $30\leqslant P\leqslant 48$，∴ P 的值可以为 45，故选 C.

▶**思路分析** 先用待定系数法求出 $P(\mathrm{W})$ 关于 $t(\mathrm{s})$ 的函数解析式，再分别求出当 $t=25$ 和当 $t=40$ 时，P 的值，最后利用反比例函数的增减性即可求解.

9. C 【解析】∵ 淇淇家计划购买 500 度电，平均每天用电 x 度，能使用 y 天，∴ $xy=500$，∴ $y=\frac{500}{x}(x>0)$. 当 $x=5$ 时，$y=100$，故 A 选项不符合题意；当 $y=125$ 时，$x=\frac{500}{125}=4$，故 B 选项不符合题意；∵ $x>0$，$y>0$，∴ 若 x 减小，则 y 增大，故 C 选项符合题意；若 x 减小一半，则 y 增大一倍，表述正确，故 D 选项不符合题意. 故选 C.

10. 16 000 【解析】设 p 与 V 之间的函数关系式为 $p=\frac{k}{V}$（k 为常数，且 $k\neq0$）. 将 $V=1.2$，$p=20\,000$ 代入 $p=\frac{k}{V}$，得 $20\,000=\frac{k}{1.2}$，解得 $k=24\,000$，∴ p 与 V 之间的函数关系式为 $p=\frac{24\,000}{V}$. 当 $V=1.5$ 时，$p=\frac{24\,000}{1.5}=16\,000$，∴ 当 $V=1.5\ \mathrm{m}^3$ 时，$p=16\,000$ Pa. 故答案为 16 000.

11. C 【解析】由双曲线及正比例函数图象的对称性得点 B 的横坐标为 1，∴ 当 $y_1<y_2$ 时，x 的取值范围为 $-1<x<0$ 或 $x>1$. 故选 C.

12. 9 【解析】∵ 过原点的直线与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A,B 两点，∴ 点 $A(m,n)$ 和点 $B(m-6,n-6)$ 关于原点对称，即 A 的横坐标与 B 的横坐标互为相反数，A 的纵坐标与 B 的纵坐标互为相反数，∴ $-m=m-6$，$-n=n-6$，∴ $m=3$，$n=3$，∴ $A(3,3)$. 把 $A(3,3)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $3=\frac{k}{3}$，解得 $k=9$. 故答案为 9.

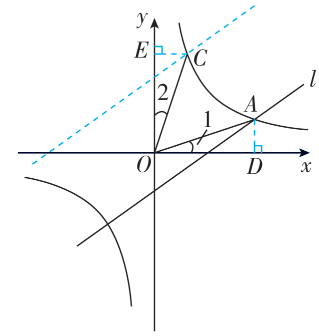
▶**关键点拨** 根据正比例函数和反比例函数的图象和性质得到点 A 和点 B 关于原点对称，再利用关于原点对称的点的坐标特征即可求得点 A 坐标，进而求出 k 值.

13.【解】(1) ∵ 直线 l：$y=\frac{2}{3}x+m$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象交于点 $A(6,2)$，

∴ $\frac{2}{3}\times6+m=2$，$\frac{k}{6}=2$，∴ $m=-2$，$k=12$，

∴ 一次函数和反比例函数解析式分别为 $y=\frac{2}{3}x-2$，$y=\frac{12}{x}$.

(2) 如图，作 $AD\perp x$ 轴于点 D，$CE\perp y$ 轴于点 E，∴ $\angle ADO=\angle CEO=90°$.



∵ $\angle1=\angle2$，∴ $\triangle AOD\backsim\triangle COE$，∴ $\frac{AD}{CE}=\frac{OD}{OE}$.

∵ $A(6,2)$，∴ $AD=2$，$OD=6$，

∴ $\frac{2}{CE}=\frac{6}{OE}$，∴ $OE=3CE$.

设 $CE=a$，则 $OE=3a$，∴ $C(a,3a)$.

∵ 点 C 在反比例函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象上，

∴ $a\cdot3a=12$，解得 $a=2$ 或 $a=-2$（舍去），

∴ $C(2,6)$.

设直线 l 平移后的解析式为 $y=\frac{2}{3}x+n$，

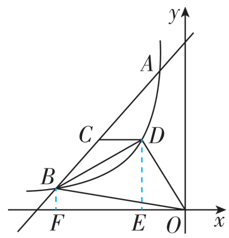
∴ $\frac{2}{3}\times2+n=6$，∴ $n=\frac{14}{3}$，∴ 直线 l 向上平移的距离为 $n-m=\frac{14}{3}-(-2)=\frac{20}{3}$.

14.【解】(1) ∵ 反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}$ 的图象过点 $B(-6,1)$，∴ $k_1=-6\times1=-6$，故反比例函数的解析式为 $y=-\frac{6}{x}$. 把点 $A(a,6)$ 代入反比例函数 $y=-\frac{6}{x}$ 得，$6=-\frac{6}{a}$，解得 $a=-1$，∴ 点 A 的坐标为 $(-1,6)$. ∵ 一次函数的图象经过 $A(-1,6)$，$B(-6,1)$ 两点，∴ $\begin{cases}-k_2+b=6,\\-6k_2+b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_2=1,\\b=7,\end{cases}$ 故一次函数的解析式为 $y=x+7$.

(2) $-6\leqslant x\leqslant-1$. ∵ $k_2x+b-\frac{k_1}{x}\geqslant0$，∴ $k_2x+b\geqslant\frac{k_1}{x}$，结合图象可得 $-6\leqslant x\leqslant-1$.

(3) ∵ 点 C 横坐标为 -4，代入 $y=x+7$，解得

$y=-4+7=3$,∴ $C(-4,3)$. 将 $y=3$ 代入 $y=-\frac{6}{x}$,得 $3=-\frac{6}{x}$,解得 $x=-2$,∴ $D(-2,3)$. 如图,过点 B,D 分别作 x 轴的垂线,垂足分别为 F,E.



∵ $B(-6,1)$,$D(-2,3)$,∴ $DE=3$,$BF=1$,$EF=-2-(-6)=4$. ∵ $S_{\triangle BOD}+S_{\triangle BFO}=S_{梯形BFED}+S_{\triangle DEO}$,$S_{\triangle BFO}=S_{\triangle DEO}=3$,∴ $S_{\triangle BOD}=S_{梯形BFED}=\frac{1}{2}(DE+BF)\cdot EF=\frac{1}{2}\times(3+1)\times4=8$.

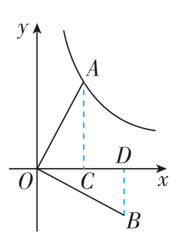
刷章测

1. B 【解析】

A	设圆的半径为 r cm,则 $S=\pi r^2=\frac{1}{2}\times2\pi r\times r=\frac{Cr}{2}$,$S$ 与 C 不是反比例关系,不符合题意
B	$800=vt$,即 $t=\frac{800}{v}$,t 与 v 是反比例关系,符合题意
C	$mg=kx$(其中 g 是重力加速度,k 为弹性系数),即 $m=\frac{kx}{g}$,m 与 x 不是反比例关系,不符合题意
D	$m=80\rho$,m 与 ρ 不是反比例关系,不符合题意

2. B 【解析】∵ $(-1)\times3=1\times(-3)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times2\neq(-1)\times(-3)$,∴ 这个点是 $(-1,-3)$. 故选 B.

3. C 【解析】设 $A(m,n)$. 由旋转知 $OA=OB$. 如图,过 A 作 $AC\perp x$ 轴于 C,过 B 作 $BD\perp x$ 轴于 D,∴ $AC=n$,$OC=m$,$\angle ACO=\angle BDO=90°$. ∵ $\angle AOB=90°$,∴ $\angle AOC+\angle BOD=\angle CAO+\angle AOC=90°$,∴ $\angle CAO=\angle BOD$. 在 $\triangle ACO$ 与 $\triangle ODB$ 中,$\begin{cases}\angle ACO=\angle ODB,\\ \angle CAO=\angle DOB,\\ AO=BO,\end{cases}$



∴ $\triangle ACO\cong\triangle ODB$(AAS),∴ $AC=OD=n$,$CO=BD=m$,∴ $B(n,-m)$. ∵ 点 A 是反比例函数 $y=\frac{3}{x}(x>0)$ 的图象上的一个动点,∴ $mn=3$,∴ $n(-m)=-3$,∴ 点 B 所在反比例函数图象的解析式为 $y=-\frac{3}{x}(x>0)$. 故选 C.

技巧总结 解决线段旋转问题时,可以借助全等三角形确定对应点的坐标.

4. C 【解析】①在 $y=-x+3$ 中,当 $x=1$ 时,$y=2$,当 $y=1$ 时,$x=2$,且 $-1<0$,则 y 随 x 的增大而减小,∴ 函数 $y=-x+3$ 的图象上不存在"近轴点";②由反比例函数解析式可知,当 $x=1$ 时,$y=2$,当 $y=1$ 时,$x=2$,在第一象限内,y 随 x 的增大而减小,且反比例函数图象关于原点成中心对称,∴ 函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上不存在"近轴点";③∵ $y=-x^2+2x-1=-(x-1)^2$,∴ 当 $x=1$ 时,$y=0$,当 $x=0$ 时,$y=-1$,∴ 函数 $y=-x^2+2x-1$ 的图象上存在"近轴点". 故选 C.

关键点拨 根据反比例函数的性质判断函数图象上的点的纵坐标的大小关系时,要先确定点所在的象限.

5. A 【解析】∵ $k>0$,∴ 该函数图象位于第一、三象限内,且在每一象限内,y 随 x 的增大而减小. ①∵ $x_1x_2<0$,$x_1<x_2<x_3$,∴ $x_1<0<x_2<x_3$,∴ 点 (x_2,y_2),(x_3,y_3) 位于第一象限内,∴ $y_2>y_3$,故①正确. ②∵ $x_2x_3<0$,$x_1<x_2<x_3$,∴ $x_1<x_2<0<x_3$,∴ 点 (x_3,y_3) 位于第一象限内,(x_2,y_2),(x_1,y_1) 位于第三象限内,∴ $y_1<0$,$y_3>0$,∴ $y_1y_3<0$,故②正确. ③∵ $x_1x_3>0$,∴ $x_1<0$,$x_3<0$ 或 $x_1>0$,$x_3>0$. ∵ $x_1<x_2<x_3$,∴ 当 $x_1<0$,$x_3<0$ 时,$x_1<x_2<x_3<0$,∴ $y_2>y_3$;当 $x_1>0$,$x_3>0$ 时,$0<x_1<x_2<x_3$,∴ $y_2>y_3$,故③错误. 故选 A.

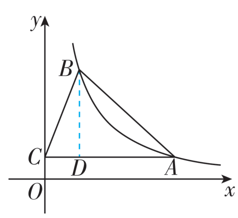
6. C 【解析】由条件可知 $C(b,0)$,$B(b,a)$,$A(0,a)$. ∵ 点 P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象上,且横坐标为 c,∴ $P\left(c,\frac{k}{c}\right)$. ∵ $PF\parallel y$ 轴,∴ $F(c,a)$,∴ $S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}c\left(a-\frac{k}{c}\right)=\frac{ac-k}{2}$,$S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}a(b-c)=\frac{ab-ac}{2}$. ∵ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab$,∴ $S=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEF}-S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}ab-\frac{ac-k}{2}-\frac{ab-ac}{2}=\frac{k}{2}$,∴ S 的值仅与 k 有关. 故选 C.

7. -2 【解析】∵ 直线 $y=-2x+8$ 与双曲线 $y=-\frac{4}{x}$ 相交于点 (m,n),∴ $n=-2m+8$,$n=-\frac{4}{m}$,∴ $n+2m=8$,$mn=-4$,则 $\frac{1}{m}+\frac{2}{n}=\frac{n+2m}{mn}=\frac{8}{-4}=-2$. 故答案为 -2.

8. 8 【解析】∵ 将正方形 $ABCD$ 向正下方平移,它的两个顶点可同时落在函数图象上,∴ 易知 A,C 落在函数图象上. ∵ 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A 横坐标为 2,∴ 设平移后 $A(2,m)$,则平移后 $C(4,m-2)$,∴ $2m=4(m-2)$,解得 $m=4$,∴ 平移后 $A(2,4)$,∴ $k=2\times4=8$,故答案为 8.

9. $2\leqslant m\leqslant4$ 【解析】由图象可得,直线 $y=m$(m 为常数)与函数 $y=\begin{cases}x^2(x\leqslant2),\\ \dfrac{4}{x}(x>2)\end{cases}$ 的图象恒有两个不同的交点时,常数 m 的取值范围是 $2\leqslant m\leqslant4$. 故答案为 $2\leqslant m\leqslant4$.

10. 15 【解析】如图,过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D,设 $CD=x$. ∵ $AB=AC=10$,$BC=2\sqrt{10}$,∴ $AD=AC-CD=10-x$,$BD^2=BC^2-CD^2=40-x^2$. 由 $AB^2=AD^2+BD^2$,得 $10^2=(10-x)^2+40-x^2$,解得 $x=2$,∴ $AD=8$,$BD=\sqrt{40-x^2}=6$. ∵ $AC/\!/x$ 轴,∴ A,C 两点的纵坐标相同,设为 y_1,∴ $B(2,6+y_1)$,$A(10,y_1)$,故 $2(6+y_1)=10y_1$,解得 $y_1=\dfrac{3}{2}$,故 $k=10y_1=15$. 故答案为 15.



思路分析 过点 B 作 $BD\perp AC$ 于点 D,设 $CD=x$,利用勾股定理列出关于 x 的方程,解之求出 x 的值,设 A,C 两点的纵坐标为 y_1,表示出 A,B 两点的坐标即可求解.

11.【解】(1)把点 $A(3,m)$ 代入 $y=x-2$,得 $m=1$,∴ 点 A 的坐标为 $(3,1)$. ∵ 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象过点 A,∴ $k=3\times1=3$,即反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{3}{x}$.

(2)由图象可得,不等式 $x-2>\dfrac{k}{x}$ 的解集为 $-1<x<0$ 或 $x>3$.

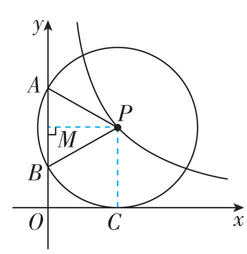
(3)把 $y=0$ 代入 $y=x-2$,得 $x=2$,即点 C 的坐标为 $C(2,0)$,∴ $S_{\triangle AOC}=\dfrac{1}{2}\times OC\times y_A=\dfrac{1}{2}\times2\times1=1$. ∵ $S_{\triangle POC}=3S_{\triangle AOC}$,∴ $S_{\triangle POC}=\dfrac{1}{2}\times OC\times|y_P|=\dfrac{1}{2}\times2\times|y_P|=3$,∴ $|y_P|=3$,∴ $y_P=\pm3$. 当点 P 的纵坐标为 3 时,$3=\dfrac{3}{x}$,解得 $x=1$,∴ $P(1,3)$;当点 P 的纵坐标为 -3 时,$-3=\dfrac{3}{x}$,解得 $x=-1$,∴ $P(-1,-3)$. ∴ 点 P 的坐标为 $(1,3)$ 或 $(-1,-3)$.

关键点拨 根据图象求出 $S_{\triangle AOC}$,再根据 $S_{\triangle POC}=3S_{\triangle AOC}$ 求出 $S_{\triangle POC}$ 是解题的关键.

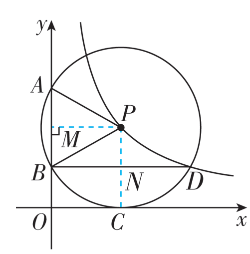
12.【解】(1)设该二次函数的解析式为 $y=a(x-12)^2+100$. 把 $(2,0)$ 代入,得 $100a+100=0$,解得 $a=-1$,∴ 所求二次函数的解析式为 $y=-(x-12)^2+100$. 把点 $(12,100)$ 向左平移 4 个单位,得 $(8,100)$,将 $(8,100)$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 得 $k=800$.

(2)超过 20 分钟. 理由如下:令 $y=-(x-12)^2+100=36$,解得 $x_1=4$,$x_2=20$(舍去). 令 $y=\dfrac{800}{x}=36$,解得 $x=22\dfrac{2}{9}$,$x+4=22\dfrac{2}{9}+4=26\dfrac{2}{9}$,而 $26\dfrac{2}{9}-4=22\dfrac{2}{9}>20$,∴ “拥挤状态”持续的时间超过 20 分钟.

13.【解】(1)∵ $\triangle PAB$ 是等边三角形,且 $PA=4$,∴ $AB=PB=PA=4$,$\angle APB=60°$. 如图(1),过点 P 作 $PM\perp y$ 轴,垂足为 M,连接 PC,∴ $PC=4$. 由“三线合一”得 $AB=2BM$,∴ $BM=2$,则 $PM=\sqrt{BP^2-BM^2}=2\sqrt{3}$. ∵ $\odot P$ 与 x 轴相切于点 C,∴ $PC\perp x$ 轴,∴ 点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3},4)$. ∵ 点 P 在反比例函数图象上,∴ 把 $(2\sqrt{3},4)$ 代入 $y=\dfrac{k}{x}$,得 $4=\dfrac{k}{2\sqrt{3}}$,解得 $k=8\sqrt{3}$,∴ 反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{8\sqrt{3}}{x}(x>0)$.



图(1)



图(2)

(2)如图(2),过点 P 作 $PM\perp y$ 轴,垂足为 M,连接 PC,设 PC 交 BD 于点 N.
∵ $PC\perp x$ 轴,$BD/\!/x$ 轴,∴ $PC\perp BD$,$\angle ABD=90°$,∴ $BN=DN$. ∵ $\angle PMB=\angle MBN=\angle BNP=90°$,∴ 四边形 $MBNP$ 是矩形,∴ $BN=MP=2\sqrt{3}$,∴ $BD=2BN=4\sqrt{3}$,即点 D 的横坐标为 $4\sqrt{3}$. 由(1)得 $BM=2$,$OM=PC=4$,∴ 点 M 的坐标为 $(0,4)$,则 $OB=OM-BM=2$,∴ 点 D 的坐标为 $(4\sqrt{3},2)$. ∵ $4\sqrt{3}\times2=8\sqrt{3}$,∴ 点 D 在反比例函数的图象上.